

ProdCAS 符号计算工具箱 — 北太天元插件用户手册

插件版本 1.0.0 · 北太天元 ≥ 2026 (BEX SDK 4.0) · 引擎 ProdCAS v2.0.0 (GOLD 1709/1709)
函数数 213 (`prodcas::` 命名空间)

ProdCAS 是北太天元 (Baltamatica) 上的符号计算插件。微积分/ODE/积分变换遵循 MATLAB Symbolic Math Toolbox 的习惯，数论/群论/域遵循 Magma，交换代数/同调/几何遵循 Singular 与 Macaulay2。

目录

前言

- [0.1 调用约定](#)

第一部分 快速开始

- [1. 安装与验证](#)
- [2. 快速入门与 workflow](#)

第二部分 符号微积分与方程

- [3. 符号变量与表达式](#)
- [4. 微积分](#)
- [5. 方程求解与线性代数](#)
- [6. 积分变换与微分方程](#)
- [7. LaTeX 输出](#)

第三部分 代数结构

- [8. 多项式与因式分解](#)
- [9. Galois 群](#)
- [10. 群论](#)
- [11. 有限域与数域](#)
- [12. p-adic 数与 p-adic 分析](#)
- [13. Gröbner 基与交换代数](#)
- [14. 理想运算与主分解](#)
- [15. 同调代数与几何不变量](#)

第四部分 数论、模形式与类域论

- [16. 数论函数](#)
- [17. 椭圆曲线与解析数论](#)
- [18. 模形式与 Hecke](#)
- [19. 解析 L 与 Dirichlet 特征](#)
- [20. 类域论与 Coxeter 群 \(v1.8.0\)](#)

第五部分 参考

- [21. 脚本转换与 Magma 迁移](#)
- [22. 常见问题](#)
- [附录 A 全部函数参考](#) (速查)
- [附录 B 函数逐函数参考·小白手册](#) (213 函数·语法+系统核验示例)

0.1 调用约定

插件函数分三类：

1. **与北太天元内置函数同名** (`diff`、`det`、`inv`、`eig`、`sin`、`cos`、`exp`...) 通过重载机制支持**无前缀**调用；
2. **自带 .m 转发脚本**的 MATLAB 风格函数 (`simplify`、`int`、`limit`、`taylor`、`expand`、`laplace`、`fourier`、`dsolve`、`solve`、`subs`、`sym`、`syms`...) 同样支持**无前缀**调用；
3. **其余函数** (Magma 风格数论/群论/域、Singular/Macaulay2 风格同调、v1.8.0 新增的类域论/解析 L/Coxeter 等) **必须带 prodcas:: 前缀**，如 `prodcas::IsPrime(17)`、`prodcas::HilbertClassPolynomial(-15)`。

Magma 与 MATLAB 均支持的同一命令同时提供两种形式：

数学操作	Magma 形式	MATLAB 形式
因式分解	<code>prodcas::Factorization</code>	<code>factor</code>
素数判定	<code>prodcas::IsPrime</code>	<code>isprime</code>
最大公因子	<code>prodcas::Gcd</code>	<code>gcd</code>
最小公倍	<code>prodcas::Lcm</code>	<code>lcm</code>
欧拉 φ	<code>prodcas::EulerPhi</code>	<code>eulerPhi</code>
Möbius μ	<code>prodcas::MobiusMu</code>	<code>mobius</code>
Kronecker 符号	<code>prodcas::KroneckerSymbol</code>	<code>jacobiSymbol</code>

注意：北太天元的 `factor`/`gcd`/`lcm`/`isprime`/`nchoosek` 是 .m 脚本，对数值参数按 MATLAB 语义 (如 `factor(360)` 返回质因数向量)；对**符号对象**请使用 `prodcas::` 前缀 (如 `prodcas::factor(x^2-1)`)，否则可能被脚本遮蔽。

第一部分 快速开始

1. 安装与验证

系统要求

- 北太天元 2026版本; Linux 64 / Windows 64 / macOS 64

部署

将插件目录完整复制到北太天元 `plugins/` 下:

```
<Baltamatica>/plugins/prodcas/  
├─ main.so           # 主库 (必需)  
├─ config.json       # 配置 (version/Bversion 等)  
├─ scripts/          # 自动加入搜索路径的辅助脚本
```

验证

```
load_plugin('prodcas')  
x = sym('x')  
diff(sin(x), x)           % → cos(x)
```

无报错即安装成功。 `plugin_help('prodcas')` 可查看插件提供的命令清单。

2. 快速入门与工作流

微积分工作流

```
syms x y  
diff(x^2 + sin(x*y), x)      % → 2*x + y*cos(y*x)  
int(x*sin(x), x)             % → -x*cos(x) + sin(x)  
int(1/(1+x^2), x, 0, inf)    % → pi/2  
limit(sin(x)/x, x, 0)        % → 1  
taylor(exp(x), x, 0, 'Order', 5)  
simplify(sin(x)^2 + cos(x)^2) % → 1
```

ODE 工作流 (含 Kovacic case 2/3 与 Abel)

```
% 变易参数法 / exp.poly.trig 全组合 / 高阶特解  
dsolve('D2y + y = sec(x)', x)  
dsolve('D2y - 2*Dy + 2*y = x*exp(x)*sin(x)', x)  
dsolve('D3y + D2y = x', x)  
  
% Kovacic case 2 (半整数 e = 3/2): y = x^(3/2)*exp(x^2/4)  
dsolve('D2y = (0.25*x^2 + 2 + 0.75/x^2)*y', x)  
  
% Abel 一阶方程 (消 y^2 约化 → Bernoulli)  
dsolve('Dy = x + (x+2)*y + 3*y^2 + y^3', x)
```

代数数论 workflow

```
syms x
prodcas::sydisc(x^3 - 2, x)      % → -108
prodcas::GaloisGroup(x^3 - 2)    % → S3
K = prodcas::pAdicField(7, 20)
prodcas::sqrt(prodcas::pAdic(K, 2))
```

群论与数论 workflow

```
prodcas::Factorization(360)      % → 2^3 * 3^2 * 5
S5 = prodcas::SymmetricGroup(5)
prodcas::Order(S5)               % → 120
prodcas::IsSolvable(prodcas::AlternatingGroup(5)) % → 0
K = prodcas::NumberField(x^2 - 2)
prodcas::ClassNumber(-20)        % → 2
```

类域论与 Coxeter 群 workflow (v1.8.0)

```
prodcas::HilbertClassPolynomial(-15) % → x^2 + 191025x - 121287375
prodcas::WeylGroupOrder('E8')        % → 696729600
prodcas::DirichletL(2, 4, [1,0,-1,0]) % → 0.915965... (Catalan)
prodcas::DirichletCharacters(8)       % 模 8 全部特征表
prodcas::EisensteinSeriesCharacter(2, 4, 1, 10) %  $\sigma_1(n, \chi_4)$  系数
```

交换代数 workflow

```
prodcas::groebner(x^2 - 1, x^3 - 1) % → [-1 + x]
prodcas::dim('x^2 - y, y^2 - x')    % → 0
prodcas::primaryDecomposition('x^2*y, x*y^2')
```

卸载

```
unload_plugin('prodcas')
```

第二部分 符号微积分与方程

3. 符号变量与表达式

```
x = sym('x'); syms a b c
f = x^2 + 2*x + 1
g = sin(x) + exp(x); h = sqrt(1 + x^2)
subs(f, x, 3)      % → 10
```

运算符: `+` `-` `*` `/` `.` `*` `./` `^` `.` `^` `==` `~=` (一元负号遵循 `-x^2 ≡ -(x^2)`)。

初等函数 `sin` `cos` `tan` `exp` `log` `sqrt` `abs` 等可直接作用于符号变量。

4. 微积分

diff — 求导

```
diff(sin(x), x)           % → cos(x)
diff(x^3, x, 2)           % → 6*x
diff(x*y + sin(x*y), x) % → y + y*cos(y*x)
```

int — 不定/定积分

```
int(x^2, x)                % → 1/3*x^3
int(sec(x)^3, x)           % → 1/2*sec(x)*tan(x) + 1/2*log(sec(x)+tan(x))
int(1/(x^4+1), x)          % → √2·log/atan 组合
int(x^2*exp(x^2), x)       % → 1/2*x*exp(x^2) - 1/4*sqrt(pi)*erfi(x)
int(exp(x)/(1+exp(2*x)), x) % → atan(exp(x))
int(x^2, x, 0, 1)          % → 1/3
int(1/(1+x^2), x, 0, inf)  % → pi/2 (inf 上限自动识别为无穷)
int(exp(-x)*log(x), x, 0, inf) % → -EulerGamma
int(sin(x)*log(x)/x, x, 0, inf) % → -pi/2*EulerGamma
int(x^3*exp(-x^2)*log(x), x, 0, inf) % → 1/4 - 1/4*EulerGamma
int(x^2/(1+x^2)^2, x, 0, inf) % → pi/4
int(x^2*exp(-x^2), x, 0, 1) % → 0.18947234582049
```

无法求初等原函数时返回特殊函数 (`int(exp(-x^2), x)` → $\sqrt{\pi}/2 \cdot \text{erf}(x)$) 或原式, 不会崩溃或静默返回 0。

limit — 极限

```
limit(sin(x)/x, x, 0)      % → 1
limit((x-sin(x))/x^3, x, 0) % → 1/6 (L'Hôpital 多重迭代)
limit((tan(x)-x)/x^3, x, 0) % → 1/3
limit((1-cos(x))^2/x^4, x, 0) % → 1/4
limit(x^(1/x), x, inf)     % → 1
limit(1/x, x, 0)           % → 无穷 (发散)
```

taylor / simplify / expand

```
taylor(exp(x), x, 0, 'Order', 5) % → 1 + x + x^2/2 + x^3/6 + x^4/24
simplify(sin(x)^2 + cos(x)^2)    % → 1
expand((x+1)^3)                  % → x^3 + 3*x^2 + 3*x + 1
```

5. 方程求解与线性代数

```
solve(x^2 - 5*x + 6 == 0, x) % → 两根
det([x, 1; 1, x])           % → x^2 - 1
inv([x, 1; 1, x])           % → 逆 (adj(A)/det(A))
eig([x, y; y, x])            % → 符号特征值
rank([1, x; x, 1]); trace([x, 1; 1, x]); rref([1, x; x, 1])
```

`det/inv/eig` 支持数值与符号矩阵：常数矩阵走精确有理运算；符号矩阵 $2 \times 2/3 \times 3/4 \times 4$ 用二次/Cardano/Ferrari 闭式。符号矩阵用 `[x,1;1,x]`（重载 `[,]/[;]` 拼接）或 `sym('x,1;1,x')`。

`eig` 与 Sparsefun 插件的 `eig.m` 同名可能被遮蔽，遇错请用 `prodcas::eig(...)`。

6. 积分变换与微分方程

积分变换

```
laplace(sin(t), t)           % → 1/(s^2+1)
ilaplace(1/(s^2+1), s)
fourier(exp(-t^2), t)
ifourier(1/(1+w^2), w)
```

dsolve — 微分方程

三种记号等价： D_2y/Dy 、 y''/y' 、`diff(y,x,2)/diff(y,x)`。

```
dsolve('D2y + y = 0', x)           % → C1*cos(x) + C2*sin(x)
dsolve('Dy - 2*y = exp(x)', x)     % → -exp(x) + C*exp(2*x)
prodcas::dsolve('diff(y,x) - y = 0', x) % → C*exp(x)
```

常系数非齐次全组合特解（含共振、多共振项叠加）：

```
dsolve('D2y + 4*y = sin(2*x) + cos(2*x)', x)
% → C1*cos(2*x) - 1/4*x*cos(2*x) + C2*sin(2*x) + 1/4*x*sin(2*x)

dsolve('D2y - 2*Dy + 2*y = x*exp(x)*sin(x)', x)
% → C1*cos(x)*exp(x) + C2*sin(x)*exp(x) + (1/4*x*sin(x) -
1/4*x^2*cos(x))*exp(x)

dsolve('D3y + D2y = x', x)
% → C2 - 1/2*x^2 + 1/6*x^3 + C1*exp(-x) + x*C3
```

变易参数法（sec/tan 等非待定系数驱动）：

```
dsolve('D2y + y = sec(x)', x)
% → C1*cos(x) + cos(x)*log(cos(x)) + x*sin(x) + C2*sin(x)

dsolve('D2y + 4*y = sec(x)', x)
% → cos(x) - 1/2*sin(2*x)*log(sec(x)+tan(x))
```

Kovacic case 2/3（半整数 e ，Liouvillian 解）与 Abel：

```

dsolve('D2y = (0.25*x^2 + 2 + 0.75/x^2)*y', x)
% → x^(3/2)*exp(1/4*x^2) (Kovacic case 2)

dsolve('Dy = -2 + 3*y^2 + y^3', x)
% → Abel: y = u - 1, u' = u^3 - 3u (Bernoulli)

dsolve('Dy = x + (x+2)*y + 3*y^2 + y^3', x)
% → Abel (非自治): 约化 u' = u^3 + (x-1)u

```

初值/边值问题 (对标 Maple `dsolve({ODE, ICs/BCs}, y(x))`) :

<code>dsolve('D2y + y = 0', x, 'y(0)=1', 'y''(0)=0')</code>	% → <code>cos(x)</code>	(初值)
<code>dsolve('D2y = 0', x, 'y(0)=1', 'y(1)=2')</code>	% → <code>1 + x</code>	(边值, 不同点)
<code>dsolve('D2y + y = 0', x, {'y(0)=1', 'y''(0)=0'})</code>	% → <code>cos(x)</code>	(cell 数组条件)
<code>dsolve('D2y + y = 0', x, 'y(pi/2)=1', 'y''(pi/2)=0')</code>	% → <code>sin(x)</code>	(无理点)
<code>dsolve('D2y + y = 0', x, 'y(0)=pi', 'y''(0)=0')</code>	% → <code>pi*cos(x)</code>	(符号值)
<code>dsolve('D2y + y = 0', x, 'y(0)+y''(0)=1', 'y(0)=1')</code>	% → <code>cos(x)</code>	(混合线性条件)

条件中的点与值均可符号 (`pi/2`、`sqrt(2)`、`pi` 等) ; 矛盾/奇异条件 (如 `y(pi/2)=1, y'(0)=0`) 返回诊断而不给出错误结果。完整初值在 `x=0` 的常系数线性方程自动走 Laplace 变换方法。

非线性 ODE 数值定解 (对标 `dsolve/numeric`) :

```

% 一阶初值问题 y' = y, y(0) = 1 → 指数增长; 返回 2x(N+1) 矩阵 [x; y]
T = ode_ivp('y', 'x', 0, 1, 1, 100);
T(2, end) % → ≈ 2.718281828 (e)

% 二阶边值问题 y'' = -y, y(0)=0, y(pi/2)=1 → y = sin(x); 打靶法
B = ode_bvp('-y', 'x', 0, 0, pi/2, 1, 0.5, 1.5, 200);
B(2, end) % → ≈ 1

```

7. LaTeX 输出

```

latex(x^2) % → x^{2} (字符串)
latex_png(x^2, 'out.png', 200) % 渲染为 PNG

```

第三部分 代数结构

8. 多项式与因式分解

```
factor(x^6 - 1)           % → 圆分多项式分解
factor(x^3 + y^3)         % → (x+y)(x^2-xy+y^2) (多变量齐次)
factor(x^2*y + x*y^2 + x + y) % → (x+y)(x*y+1) (多变量 wang 插值)
prodcas::factor_over(x^2 - 2, x, 2) % 在  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$  上分解
gcd(x^2 - 1, x - 1); lcm(x^2 - 1, x + 1)
resultant(x^2 - 1, x - 2, x) % 结式
prodcas::syndisc(x^3 - 2, x) % → -108
coeffs(x^2 + 2*x + 1, x) % 系数列表
roots(x^2 - 2, x) % 数值复根 (Aberth)
```

9. Galois 群

```
prodcas::GaloisGroup(x^2 - 2) % → C2
prodcas::GaloisGroup(x^3 - 2) % → S3 (判别式非平方)
prodcas::GaloisGroup(x^4 + 1) % → V4 / C4 等
```

判别式平方判据: Δ 为平方 $\rightarrow$ 子群 $\subseteq A_n$.

10. 群论

```
G = prodcas::SymmetricGroup(5)
prodcas::Order(G) % → 120
prodcas::IsAbelian / IsSolvable / IsSimple / IsNilpotent / IsTransitive(G)
prodcas::Center(G); prodcas::CommutatorSubgroup(G)
prodcas::ConjugacyClasses(G); prodcas::Subgroups(G); prodcas::NormalSubgroups(G)
prodcas::Sylow(G, 5)
prodcas::CompositionSeries(G); prodcas::DerivedSeries(G)
prodcas::AutomorphismGroup(G); prodcas::IsIsomorphic(G, H)
prodcas::CharacterTable(G) % 特征标表
prodcas::BurnsideOrbits(G); prodcas::PolyaCount(G, 3)
prodcas::GLOrder(2, 2); prodcas::SLOrder(2, 3)
```

11. 有限域与数域

```
F = prodcas::FiniteField(5, 2) % GF(25)
prodcas::FieldOrder(F); prodcas::FieldCharacteristic(F)
prodcas::FieldDegree(F); prodcas::PrimitiveElement(F)

K = prodcas::NumberField(x^2 - 2)
prodcas::FieldDegree(K); prodcas::FieldDiscriminant(K)
prodcas::MaximalOrder(K); prodcas::MaximalOrderPrimeDecomposition(K, 3)
prodcas::PrimeIdealDecomposition(K, 3)
prodcas::ClassNumber(-20) % → 2
prodcas::UnitCount(-4) % 单位群阶
prodcas::FundamentalUnit(x^2 - 2)
prodcas::ContinuedFraction(sqrt(2))
```

12. p-adic 数与 p-adic 分析

```
K = prodcas::pAdicField(7, 20)      % Q_7, 精度 20
a = prodcas::pAdic(K, 2)            % 构造  $2 \in \mathbb{Q}_7$ 
prodcas::valuation(a)
prodcas::Sqrt(prodcas::pAdic(K, 2)) % Hensel 提升平方根
prodcas::Log(prodcas::pAdic(K, 1 + 7)) % p-adic 对数
prodcas::Exp(prodcas::pAdic(K, 7))  % p-adic 指数
```

完整示例：在 $\mathbb{Q}_5$ 中求 $x^2 \equiv 2 \pmod{5^{20}}$ ：

```
K = prodcas::pAdicField(5, 20);
r = prodcas::Sqrt(prodcas::pAdic(K, 2)); % 两解之一
```

13. Gröbner 基与交换代数

```
prodcas::groebner(x^2 - 1, x^3 - 1) % Gröbner 基 (lex)
prodcas::gb / prodcas::std          % 别名 (M2 / Singular)
prodcas::gbz / prodcas::gbp         % 大整数系数 / Z/p 模算法
prodcas::solve_system(polys)       % 多项式方程组 (消元)
prodcas::poly_det(PM)              % 多项式矩阵行列式
prodcas::mres(polys)               % 极小自由分解
```

同调不变量：

```
prodcas::dim('x^2 - y, y^2 - x')   % Krull 维数
prodcas::betti('x, y')              % Betti 数
prodcas::pdim / prodcas::depth / prodcas::regularity
prodcas::hilbertSeries(polys)       % Hilbert 级数有理形式
prodcas::koszul('x, y, z')         % Koszul 同调维数
```

14. 理想运算与主分解

```
prodcas::idealMembership(f, 'g1, g2')
prodcas::radical('x^2, x*y, y^2')  %  $\rightarrow \langle x, y \rangle$ 
prodcas::associatedPrimes / prodcas::minimalPrimes
prodcas::primaryDecomposition('x^2*y, x*y^2') % 主分解 (含嵌入分量)
prodcas::primaryDecomposition('x^2*y+x*y^2, x^2*z^2') % 一般嵌入 (分离器分裂)
prodcas::primdecGTZ('...')         % Singular 别名
prodcas::idealSaturation(I, f)
prodcas::idealQuotient / prodcas::idealIntersection
prodcas::idealDimension / prodcas::idealZeroDimensional
prodcas::idealHilbertSeries / prodcas::minimalGenerators
prodcas::normalization / prodcas::hilbertPolynomial / prodcas::idealMultiplicity
```

主分解对无法验证的结果安全回退 (返回失败而非错误答案)。

15. 同调代数与几何不变量

```
prodcas::Ext / prodcas::Tor / prodcas::res
prodcas::localCohomology / prodcas::lineBundleCohomology
prodcas::curveCohomology / prodcas::hypersurfaceCohomology
prodcas::singularLocus('x^2 + y^2') % → (x, y)
prodcas::tangentCone('...')
prodcas::milnorNumber / prodcas::tjurinaNumber
prodcas::singularitySpectrum
prodcas::resolveSingularity
prodcas::planeCurveGenus('...')
prodcas::x0Genus(2) % X0(N) 亏格
prodcas::groupCohomologyH1 / H2
```

第四部分 数论、模形式与类域论

16. 数论函数

```
prodcas::IsPrime(97) % → 1
prodcas::Factorization(360) % → 2^3 * 3^2 * 5
prodcas::EulerPhi(360) % → 96
prodcas::MobiusMu(12) % → 0
prodcas::PartitionNumber(5) % → 7
prodcas::DivisorSum(1, 6) % →  $\sigma_1(6) = 12$ 
prodcas::KroneckerSymbol(2, 5) % → -1
prodcas::Binomial(5, 2) % → 10
prodcas::DiscreteLog(2, 64, 101) % → 6
prodcas::RiemannZeta(2) % → 1.6449340668...
prodcas::CyclotomicPolynomial(3) % → 1 + x + x^2
```

17. 椭圆曲线与解析数论

```
E = prodcas::EllipticCurve(1, 1) %  $y^2 = x^3 + x + 1$ 
prodcas::EllipticConductor(1, 1) % → 496
prodcas::EllipticL1(1, 1) % → L(E, 1)
prodcas::EllipticRank(1, 0) % 2-descent 秩
prodcas::EllipticRootNumber(1, 0) % 根数
prodcas::EllipticRealPeriod(1, 0)
prodcas::EllipticAp(1, 0, 5) %  $a_p$  (p = 5)
prodcas::EllipticHeight(1, 0, 1, 0) % Néron-Tate 高度
prodcas::QuadraticL1(-4) % L( $\chi_{-4}$ , 1)
prodcas::AnalyticClassNumber(-20) % 解析类数
prodcas::NumberFieldRegulator(-4) % 调节子
prodcas::DedekindZetaResidue(-4) %  $\zeta_K(1)$  留数
prodcas::ModularSymbolsT2(37) % Hecke T2 模符号
```

18. 模形式与 Hecke

```
prodcas::ModularFormsDimension(2, 2) % dim  $S_2(\Gamma_0(2))$ 
prodcas::RamanujanTau(20) %  $\tau(20) = -7109760$ 
prodcas::RamanujanTauSeries(20)
prodcas::EisensteinE4(5) %  $240 \cdot \sigma_3(5) = 30240$ 
prodcas::EisensteinE6(3) %  $-504 \cdot \sigma_5(3) = -122976$ 
prodcas::ModularDiscriminant(20) %  $\Delta$  q-展开系数
```

19. 解析 L 与 Dirichlet 特征

```
% Dirichlet L(s,χ): χ 以长度 q 的字符向量给出 (0 表示与 q 不互素)
prodcas::DirichletL(1, 4, [1, 0, -1, 0]) % → 0.7853981... (= π/4)
prodcas::DirichletL(2, 4, [1, 0, -1, 0]) % → 0.9159655... (Catalan)
prodcas::DirichletL(3, 4, [1, 0, -1, 0]) % → 0.9689461... (π³/32)
prodcas::DirichletL(1, 3, [1, -1, 0]) % → 0.6045997... (π/(3√3))

% 全部 Dirichlet 特征表 (原根+CRT, 正交性/乘性已验证)
prodcas::DirichletCharacters(8) % φ(8)=4 个特征: χ(1..8) 的 (re,im) 表
```

实特征 (Kronecker 型) 给出实数 L 值; 一般特征为复值。s ≥ 1 时用 Euler-Maclaurin 周期化求值。

20. 类域论与 Coxeter 群 (v1.8.0)

Hilbert 类多项式 (类域论)

```
% 虚二次域 K 的最大非分歧阿贝尔扩张 H_K 由 j-不变量生成; H_D(X) 系数为整数
prodcas::HilbertClassPolynomial(-4) % → x - 1728 (j(i)=1728, h=1)
prodcas::HilbertClassPolynomial(-15) % → x^2 + 191025x - 121287375 (h=2)
prodcas::HilbertClassPolynomial(-23) % → x^3 + 3491750x^2 - 5151296875x + 12771880859375 (h=3)
prodcas::HilbertClassPolynomial(-24) % → x^2 - 4834944x + 14670139392 (h=2)
```

Coxeter / Weyl 群

```
% 有限 Coxeter 群阶 |W| = Π(1+m_i) (指数公式)
prodcas::WeylGroupOrder('A4') % → 120 (= 5!)
prodcas::WeylGroupOrder('B3') % → 48 (= 2³·3!)
prodcas::WeylGroupOrder('E6') % → 51840
prodcas::WeylGroupOrder('G2') % → 12
prodcas::WeylGroupOrder('E8') % → 696729600
```

Nebentypus Eisenstein (Hecke 带特征)

```
% E_k(z,χ) = Σ σ_{k-1}(n,χ) q^n, σ_{k-1}(n,χ) = Σ_{d|n} χ(d)·d^{k-1}
prodcas::EisensteinSeriesCharacter(2, 4, 1, 10)
% → [1, 1, -2, 1, 6, -2, -6, 1, 7, 6] (= σ_1(n, χ_4))
prodcas::EisensteinSeriesCharacter(3, 3, 1, 8)
% → [1, -3, 1, 13, -24, -3, 50, -51] (= σ_2(n, χ_3))
```

第五部分 参考

21. 脚本转换与 Magma 迁移

```
prodcas::magma2m('Factorization(360)')      % Magma → 北太天元
prodcas::singular2m('std(ideal(x^2-1))')      % Singular → 北太天元
prodcas::macaulay22m('gb ideal(x^2-1)')      % Macaulay2 → 北太天元
prodcas::matlabFunction('x^2', 'f')          % 生成 MATLAB 函数
prodcas::ccode('x^2 + y')                    % 生成 C 代码
```

Magma 用户注意: `Factorization`、`IsPrime`、`Gcd`、`Lcm`、`EulerPhi`、`MobiusMu`、`Order`、`Center`、`IsAbelian` 等 Magma 大写形式均已提供 (见附录)。

22. 常见问题

- Q: `load_plugin('prodcas')` 失败?**
检查 `main.so` 与 `config.json` 是否就位、核心库是否以 `PRODCAS_BUILD_PLUGIN=ON` 编译 (GMP `thread_local` 与 `-shared` 的链接错误即由此引起)。
- Q: `factor(x^2-1)` 报 "InputNotPosInt"?**
北太天元的 `factor.m` 脚本按数值语义工作。对符号对象请用 `prodcas::factor(x^2-1)`。
- Q: `eig` 报「输入参数 1 必须为矩阵」?**
与 `Sparsefun` 的 `eig.m` 冲突, 用 `prodcas::eig(...)`。
- Q: `int(f, x, 0, inf)` 返回原式?**
确认 `inf` 以数值 `Inf` 传入 (插件已识别 `inf/infinity` 为无穷上限); 若仍失败, 该积分可能超出 `known_definite` 表, 属诚实失败 (不返回错误值)。
- Q: `dsolve` 解 `y''` 记号报错?**
三种记号 (`D2y`、`y''`、`diff(y,x)`) 等价; 含括号内逗号 (`diff(y,x)`) 已正确处理。
- Q: `HilbertClassPolynomial(D)` 返回空或错误?**
`D` 必须是负整数且为基本判别式 (如 -3、-4、-7、-8、-11、-15...); 非基本判别式 (如 -6、-10) 不在约化形式枚举范围内。
- Q: `DirichletL(s, q, chi)` 报错?**
`chi` 为长度 `q` 的整数向量, `chi(i+1) = chi(i)`; 与 `q` 不互素的 `n` 对应 `chi(n+1)=0`。

附录 A 全部函数参考

逐函数 (213 个) 『语法 + 作用 + 系统核验示例』见同目录
[FUNCTION REFERENCE.md](#) (并生成 PDF)。下表为速查索引:

A.1 符号与化简

函数	用法	说明
<code>sym</code>	<code>sym('x')</code>	创建符号变量
<code>syms</code>	<code>syms x y z</code>	批量声明 (脚本)

函数	用法	说明
<code>simplify</code>	<code>simplify(expr)</code>	化简
<code>expand</code>	<code>expand(expr)</code>	展开
<code>latex</code> / <code>latex_png</code>		LaTeX 字符串 / PNG 渲染
<code>vpa</code>	<code>vpa(expr, d)</code>	可变精度

A.2 微积分与方程

函数	用法	说明
<code>diff</code>	<code>diff(f, x[, n])</code>	求导
<code>int</code>	<code>int(f, x[, a, b])</code>	不定/定/广义积分
<code>gradient</code> / <code>jacobian</code> / <code>hessian</code>		梯度/雅可比/黑塞
<code>limit</code>	<code>limit(f, x, a)</code>	极限 (L'Hôpital)
<code>taylor</code>	<code>taylor(f, x, a, 'order', n)</code>	泰勒展开
<code>roots</code>	<code>roots(p, x)</code>	数值复根
<code>solve</code>	<code>solve(eq, var)</code>	方程求解
<code>solve_system</code>	<code>solve_system(polys)</code>	多项式方程组
<code>dsolve</code>	<code>dsolve(ode, var[, conds...])</code>	微分方程 (VoP/全组合/ Kovacic 1-3 /Abel/初值/边值)
<code>ode_ivp</code>	<code>ode_ivp(f, x, x0, y0, x1[, steps])</code>	一阶初值问题数值解 (RK4)
<code>ode_bvp</code>	<code>ode_bvp(f, x, a, α, b, β, s_lo, s_hi[, steps])</code>	二阶边值问题数值解 (打靶法)
<code>fzero</code> / <code>fsolve</code>		数值求根
<code>laplace</code> / <code>ilaplace</code> / <code>fourier</code> / <code>ifourier</code>		积分变换

A.3 多项式与线性代数

函数	说明
<code>factor</code> / <code>factor_over</code> / <code>roots</code>	因式分解 / 代数数域分解 / 复根
<code>gcd</code> / <code>lcm</code> / <code>resultant</code> / <code>syndisc</code> / <code>coeffs</code>	代数运算
<code>det</code> / <code>inv</code> / <code>rref</code> / <code>eig</code> / <code>rank</code> / <code>trace</code>	矩阵运算

函数	说明
<code>poly_det</code>	多项式矩阵行列式

A.4 数论

函数	说明
<code>IsPrime</code> / <code>Factorization</code> / <code>EulerPhi</code> / <code>MobiusMu</code>	基本数论
<code>PartitionNumber</code> / <code>DivisorSum</code> / <code>KroneckerSymbol</code> / <code>Binomial</code> / <code>DiscreteLog</code>	
<code>RiemannZeta</code> / <code>CyclotomicPolynomial</code>	ζ / 分圆
<code>RamanujanTau</code> / <code>RamanujanTauSeries</code> / <code>EisensteinE4</code> / <code>EisensteinE6</code> / <code>ModularDiscriminant</code>	模形式
<code>ModularFormsDimension</code> / <code>X0Genus</code> / <code>ModularSymbolsT2</code>	模空间

A.5 椭圆曲线与解析数论

函数	说明
<code>EllipticCurve</code> / <code>EllipticConductor</code> / <code>EllipticL1</code> / <code>EllipticRank</code> / <code>EllipticRootNumber</code> / <code>EllipticRealPeriod</code> / <code>EllipticHeight</code> / <code>EllipticAp</code>	椭圆曲线
<code>QuadraticL1</code> / <code>AnalyticClassNumber</code> / <code>NumberFieldRegulator</code> / <code>DedekindZetaResidue</code>	解析数论

A.6 群论

`SymmetricGroup` `AlternatingGroup` `CyclicGroup` `DihedralGroup` `Order` `Elements`
`IsAbelian` `IsTransitive` `IsSolvable` `IsNilpotent` `IsSimple` `Center`
`CommutatorSubgroup` `ConjugacyClasses` `Subgroups` `NormalSubgroups` `Sylow`
`CompositionSeries` `DerivedSeries` `AutomorphismGroup` `IsIsomorphic`
`CharacterTable` `BurnsideOrbits` `PolyaCount` `GLOrder` `SLOrder`

A.7 域与数域

`FiniteField` `FieldOrder` `FieldCharacteristic` `FieldDegree` `PrimitiveElement`
`NumberField` `NumberFieldDegree` `FieldDiscriminant` `MaximalOrder`
`MaximalOrderPrimeDecomposition` `PrimeIdealDecomposition` `ClassNumber`
`UnitCount` `FundamentalUnit` `ContinuedFraction`

A.8 p-adic

`pAdicField` `padic` `Log` `Exp` `Sqrt` `Valuation`

A.9 交换代数与同调

groebner / gb / std / gbz / gbp dim degree depth codim regularity pdim
betti radical associatedPrimes minimalPrimes primaryDecomposition
primdecGTZ equidimensionalDecomposition singularLocus slocus
tangentCone hilbertSeries koszul Ext Tor res mres localCohomology
lineBundleCohomology curveCohomology hypersurfaceCohomology milnorNumber
tjurinaNumber singularitySpectrum resolvesingularity planeCurveGenus
idealMembership idealDimension idealZeroDimensional idealHilbertSeries
idealMinimalGenerators idealQuotient idealSaturation idealIntersection
idealMultiplicity normalization hilbertPolynomial groupCohomologyH1 / H2
SpOrder OrthogonalOrder UnitaryOrder

A.10 v1.8.0 新增：类域论 / 解析 L / Coxeter / Hecke 带特征

函数	用法	说明
HilbertClassPolynomial	HilbertClassPolynomial(D)	虚二次域 Hilbert 类多项式 $H_D(X)$ ($D<0$)
WeylGroupOrder	WeylGroupOrder(type)	有限 Coxeter/Weyl 群阶 ('E8'、'B4'、'G2' 等)
DirichletL	DirichletL(s, q, chi)	Dirichlet $L(s,\chi)$ (Euler–Maclaurin, $s\geq 1$)
DirichletCharacters	DirichletCharacters(m)	模 m 全部 Dirichlet 特征表
EisensteinSeriesCharacter	EisensteinSeriesCharacter(k, chi_mod, chi_idx, n)	带 Nebentypus 的 Eisenstein $\sigma_{k-1}(n,\chi)$ 系数
LieRootSystem	LieRootSystem(type)	单李代数根数
RayClassNumber	RayClassNumber(D, f)	虚二次域射线类数
SolveLinearSystem	SolveLinearSystem('[[a,b],[c,d]]')	一阶线性方程组 $dx/dt = A \cdot x$
LieRepresentationDimension	LieRepresentationDimension(type, 'a1,a2,...')	最高权表示维数 (Weyl 公式)
SUnits	SUnits(d, 'p1,p2,...')	虚二次域 S -单位生成元
MWRankVerify	MWRankVerify('a1,a2,a3,a4,a6')	椭圆曲线 MW 秩验证
LieWeightMultiplicities	LieWeightMultiplicities(type, 'a1,a2,...')	最高权表示权重分解 (Freudenthal)
TwoSquaresRepresentations	TwoSquaresRepresentations(n)	二平方和表示数 $r_2(n)$ ($Q(i)$ θ 级数, χ_4)
TwoIsogeny	TwoIsogeny('a2,a4,a6', x2)	椭圆曲线 2-同源 (Velu)
IsogenyClass	IsogenyClass('a2,a4,a6')	椭圆曲线 2-同源类枚举
IsomorphicQ	IsomorphicQ('a2,a4,a6', 'A2,A4,A6')	椭圆曲线 Q -同构判定
EisensteinNormRepresentations	EisensteinNormRepresentations(n)	$Q(\omega)$ 范数表示数 $r_E(n)$ (χ_3 θ 级数)

A.11 Galois 与脚本工具

`GaloisGroup` `magma2m` `singular2m` `macaulay22m` `matlabFunction` `ccode`